

# 第十二章 平均數t檢定



# 第一節 基本原理

## 壹、用途

1. 平均數t檢定，是調查二群組平均差異，如

果了解不同團體(例如：女性與男性、校長與教師、高與低社會階層)對教育現象差異，都可以運用平均數的假設檢定，以了解二組團體在現象的差異。

2. 同一組樣本進行前測，接著進行實驗處理，再進行後測，以了解前後測分數的差異。

## 貳、種類

可分為三類

母群體對單一變項與某一個固定數值(或母群平均數)的差異。

單一變項  
平均數t檢定

母群體抽出一組樣本進行實驗研究，前測→實驗研究→後測，了解此變項前後測分數的差異。

相依樣本  
平均數t檢定

從母群體獲得兩群樣本，並要了解兩群樣本的調查數值之間是否有顯著差異

獨立樣本  
平均數t檢定

# 參、原理與實例

## 一、單一變項平均數t檢定

$$t = \frac{\bar{x} - u}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$$

U 為特定值或母群平均數

S 為標準差

n 為樣本數

$\bar{x}$  為樣本平均數

範例：王老師想了解A班10名學生的數學成績，即各為90、75、85、85、70、65、85、90、95、75分(平均數81.5分、標準差9.73)，與全校學生的數學平均成績77分是否有顯著不同(沒有方向性)，其假設檢定步驟如下：

## 一、研究問題

了解A班10名學生的數學平均成績與全校學生數學平均成績是否有顯著差異。

## 二、研究假設

$H_0$ ：A班數學平均成績等於全校學生數學平均成績。

$H_1$ ：A班數學平均成績不等於全校學生數學平均成績。

## 三、選用統計方法

只A班與母群體平均數差異情形  
故採用單一樣本平均數t檢定。  
帶入上述12-1公式。

$$t = \frac{81.5 - 77}{\frac{9.73}{\sqrt{10}}} = 4.56$$

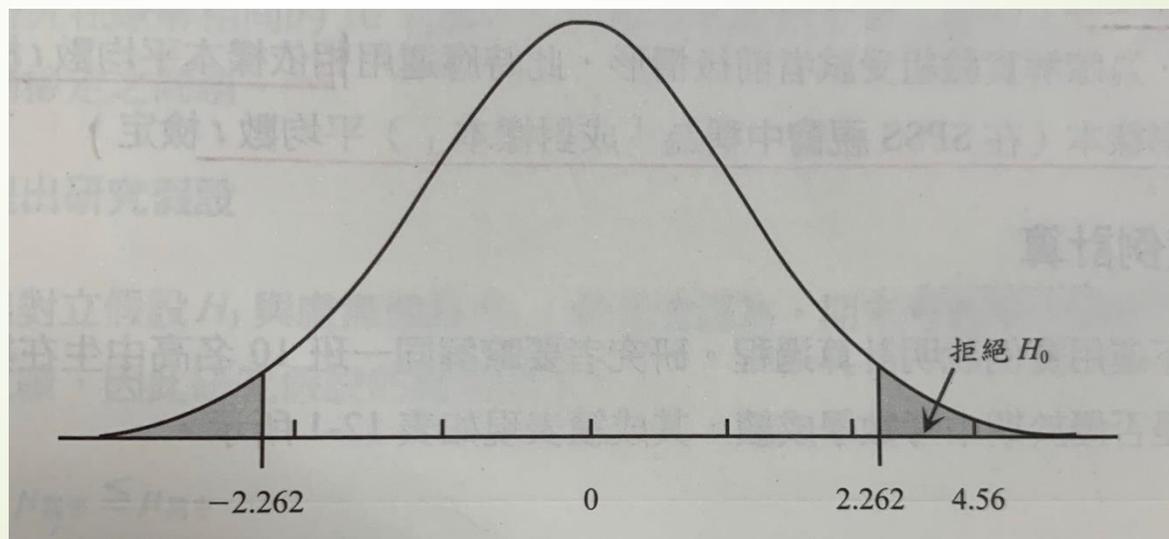
## 四、宣稱反錯機率

本題宣稱犯錯機率為.05，也就是統計顯著水準為.05

## 五、裁決與解釋

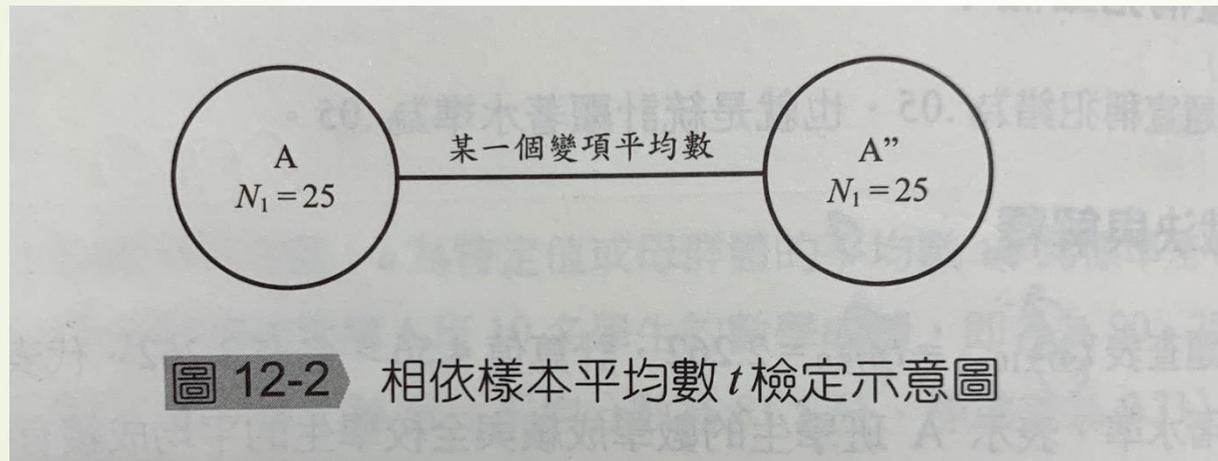
本題查表 $t_{.975,9}=2.262$  (因為沒有方向性所以 $\alpha/2=.025$ )

計算值 $4.56 > 2.262$ ，代表達到.05的統計顯著水準，表示A班學生的數學成績與全校學生的數學平均成績有明顯差異。



## 二、相依樣本平均數t檢定

原理：了解兩組完全相同樣本，在一個社會現象的差異，此時可以運用相依樣本的平均數t檢定。



要了解一項教學方法的實驗是否有效，運用實驗樣本為同卵雙生，即同一群實驗樣本接受兩次實驗。又稱為關聯樣本平均數t檢定(在SPSS視窗中稱為「成對樣本」)

範例：研究者要研究同一班10名高中生在期末考數學成績是否優於期中考數學成績(有方向性)。其成績表現如表12-1所示。

表 12-1 10 名高中生的期中考與期末考的數學成績

學生	期中考數學成績 ( $X_1$ )	期末考數學成績 ( $X_2$ )
1	75	90
2	80	85
3	85	90
4	75	90
5	80	85
6	90	85
7	95	90
8	80	85
9	75	90
10	70	80
平均數	80.50	87.00
標準差	7.62 ( $s_1$ )	3.50 ( $s_2$ )

## 一、研究問題

了解**相同的10名高中**於期中考與期末考的差異，屬於學生的前後測之問題。

## 二、研究假設

$$H_0 : \mu_{\text{期末}} \leq \mu_{\text{期中}}$$

$$H_1 : \mu_{\text{期末}} > \mu_{\text{期中}}$$

## 三、選用統計方法

本題研究10高中數學成績前後測，對同一群樣本施測，為相依樣本，宜用相依樣本平均數t檢定。

運用公式如下：

### 三、選用統計方法

相關係數：  
參考課本P176-177  
或利用SPSS跑出相關係數  
P184

$$t = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - \mu_0}{s_{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}} = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - \mu_0}{\sqrt{\frac{s_{\bar{X}_1}^2 + s_{\bar{X}_2}^2 - 2rs_{\bar{X}_1}s_{\bar{X}_2}}{N}}}$$

式中， $\bar{X}_1$  代表 10 名高中生的期中考平均數學成績；

$\bar{X}_2$  代表 10 名高中生的期末考平均數學成績；

$\mu_0$  代表母群體的平均數（通常為常態分配， $\mu_0 = 0$ ）；

$s_{\bar{X}_1}$  代表期中考 10 名高中生數學成績的標準差；

$s_{\bar{X}_2}$  代表期末考 10 名高中生數學成績的標準差；

$r$  代表期中考與期末考數學成績的相關係數。

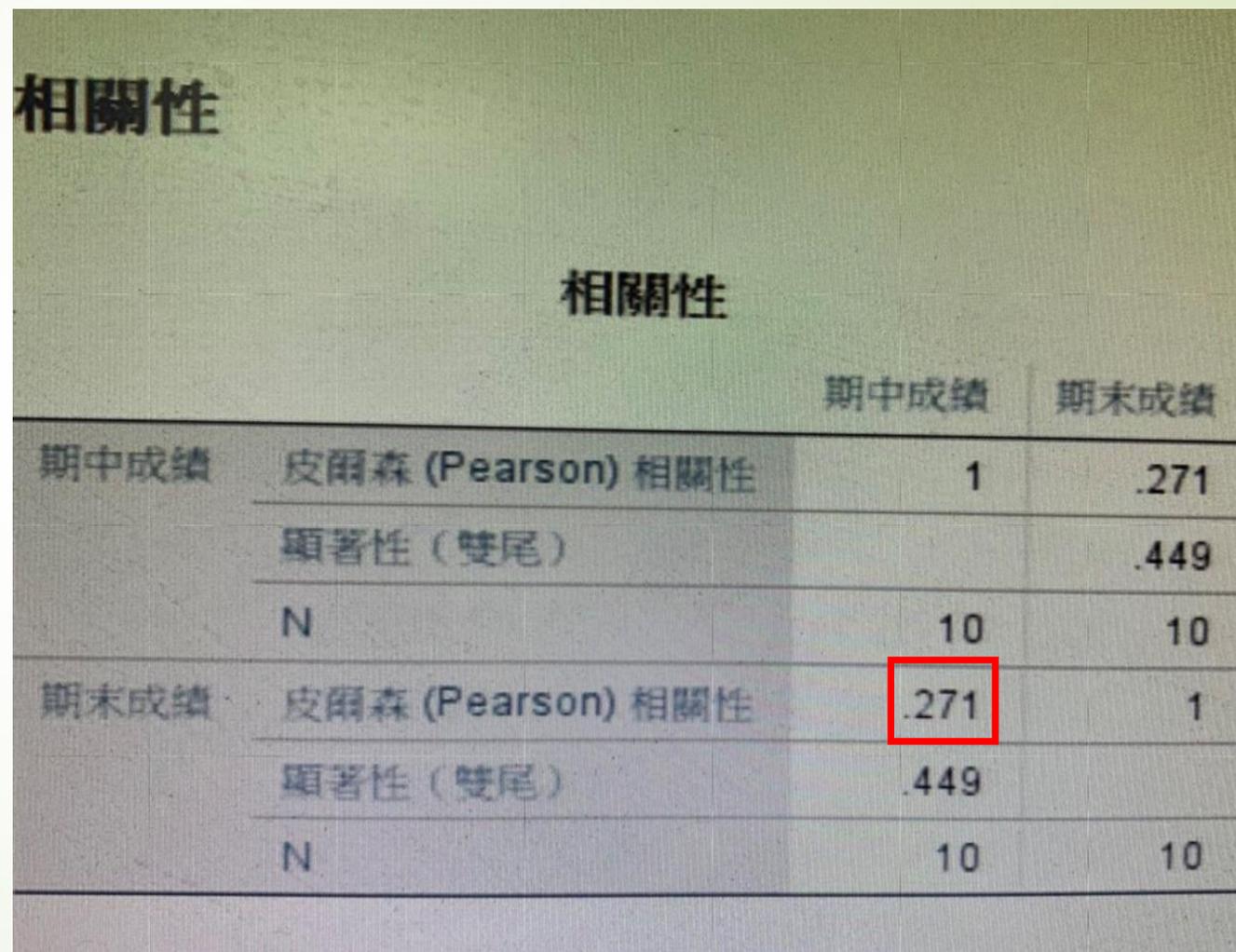
$$t = \frac{80.50 - 87.00}{\sqrt{\frac{7.62^2 + 3.50^2 - 2 \times (.27) \times 7.62 \times 3.50}{10}}} = -2.75$$

# SPSS 跑出10名高中生期中數學成績與期末數學成績之關係係數

(參考課本P184)



	期中成績	期末成績	變異
1	75.00	90.00	
2	80.00	85.00	
3	85.00	90.00	
4	75.00	90.00	
5	80.00	85.00	
6	90.00	85.00	
7	95.00	90.00	
8	80.00	85.00	
9	75.00	90.00	
10	70.00	80.00	
11			



### 相關性

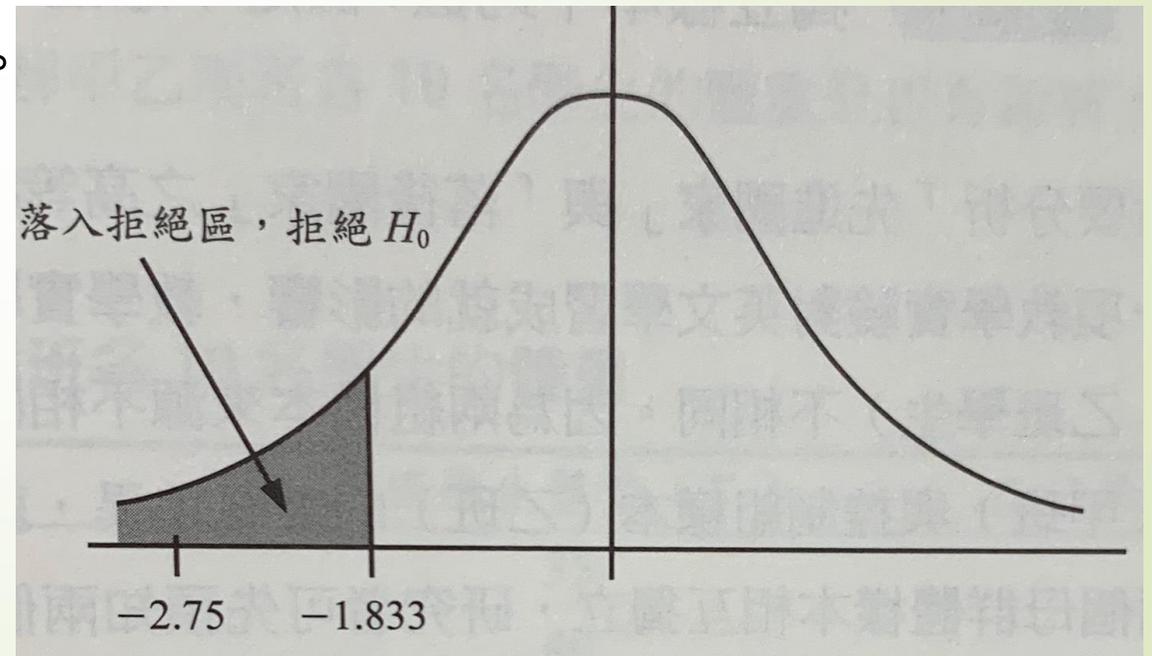
		期中成績	期末成績
期中成績	皮爾森 (Pearson) 相關性	1	.271
	顯著性 (雙尾)		.449
	N	10	10
期末成績	皮爾森 (Pearson) 相關性	.271	1
	顯著性 (雙尾)	.449	
	N	10	10

#### 四、宣稱反錯機率

研究者將犯第一類型錯誤的機率設定為 $\alpha=.05$ ，宣稱願冒第一類型錯誤大小，劃定拒絕區。

#### 五、裁決與解釋

本題查表 $t(9).05, \text{單尾} = -1.833$ ，計算出來的 $t(9) = -2.75$ ，落入拒絕區，接受對立假設。表示這10名高中的期末數學成績顯著高於期中考成績。



### 三、獨立樣本平均數t檢定

原理：了解兩個類別樣本在某一變項或對某一社會現象知覺的

差異性，就需要使用獨立樣本平均數t檢定。

(兩樣本互相獨立或互斥EX:男女、高收入低收入)

基本假定：(1)樣本必須為常態分配。

(2)變異數同質性(如果變異情形不同，兩群體之集中趨勢與分散情形不一樣，直接進行平均數差異，很容易產生誤差。

F值達統計顯著水準→兩群體的樣本之變異數不同質

F值未達統計顯著水準→兩群體的樣本之變異數同質

(P232)



範例：研究者要了解甲乙兩班各10名學生的體重是否有顯著不同，兩班學生的體重如下。(沒有方向性)

表 12-2 甲乙兩班各 10 名學生的體重

學生	甲班學生體重 ( $X_1$ )	乙班學生體重 ( $X_2$ )
1	35	45
2	40	45
3	45	40
4	50	45
5	25	30
6	30	35
7	30	25
8	35	40
9	25	30
10	40	45
平均數	35.50	38.00
標準差	8.32 ( $s_1$ )	7.53 ( $s_2$ )

## 一、研究問題

了解不同班級之10名學生體重的差異性，所以它屬於獨立樣本平均數的檢定問題。

## 二、研究假設

$$H_0 : \mu_{\text{甲}} = \mu_{\text{乙}}$$

$$H_1 : \mu_{\text{甲}} \neq \mu_{\text{乙}}$$

## 三、選用統計方法

本研究分析甲乙兩班學生體重，甲乙兩班學生體重各自獨立，兩班母群體標準差均未知，須以獨立樣本平均數t檢定。

選用公式如下：

### 三、選用統計方法

$$t = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - \mu_0}{s_{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}} = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - \mu_0}{s_w \sqrt{\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}}$$

式中， $\bar{X}_1$  代表甲班 10 名學生平均體重；

$\bar{X}_2$  代表乙班 10 名學生平均體重；

$\mu_0$  代表母群體的平均數；

$n_1$  代表甲班的學生數；

$n_2$  代表乙班的學生數；

$s_w$  代表兩班學生體重合併的標準差。

$$s_w^2 = \frac{s_1^2(n_1 - 1) + s_2^2(n_2 - 1)}{n_1 + n_2 - 2}$$

以上例來說，兩班的平均數各為 35.50 與 38.00，標準差各為 8.32 與 7.53，兩班整併後的變異數為 62.96，標準差為 7.93。將它代入公式即可以求得  $t$  值。

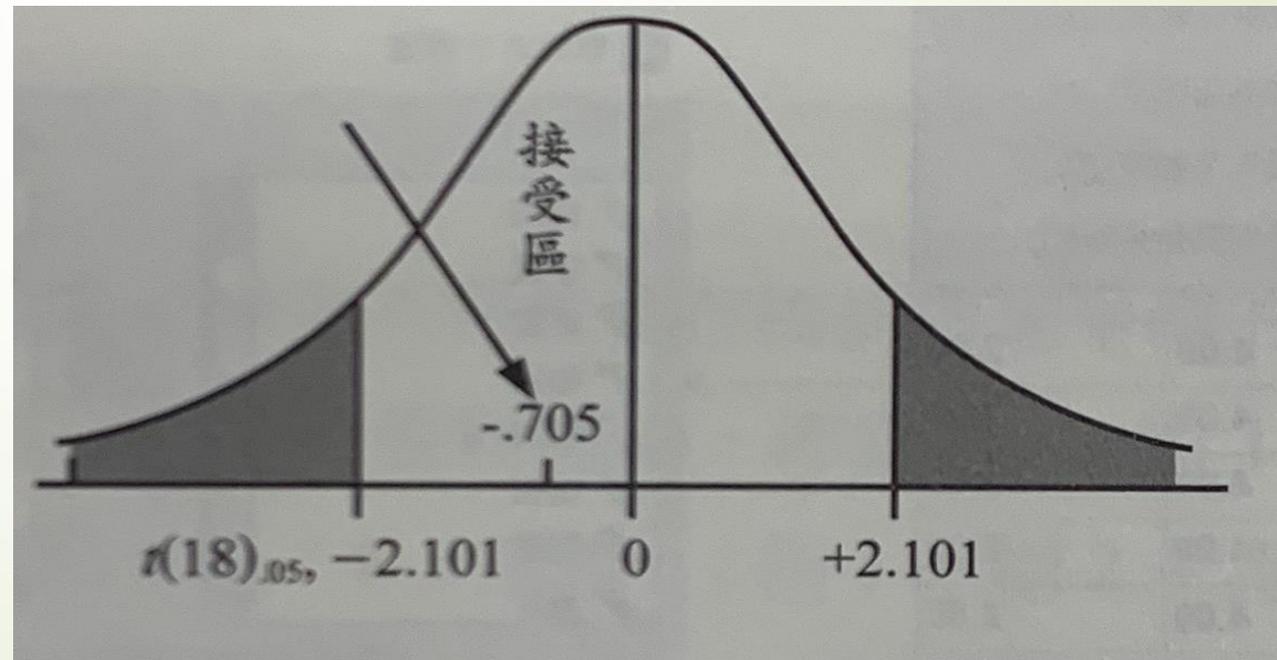
$$t = \frac{35.50 - 38.00}{7.93 \times \sqrt{\frac{1}{10} + \frac{1}{10}}} = -0.705$$

#### 四、宣稱反錯機率

研究者將犯第一類型錯誤的機率設定為 $\alpha=.05$ ，宣稱願冒第一類型錯誤大小，劃定拒絕區。 $df=10+10-2=18$

#### 五、裁決與解釋

本題查表 $t(18).05, \text{雙尾} = -2.101$ ，計算出來的 $t(18) = -.705$ ，落入接受區，接受虛無假設。表示甲乙兩班體重沒有顯著不同。



## 第二節 操作與解說

單一樣本統計量

	個數	平均數	標準差	平均數的標準誤
英國 法 1	400	2.6825	.79893	.03995
英國 法 2	400	2.3825	.54492	.02725

單一樣本檢定

$2.6825 - 2.5$

檢定值 = 2.5

	t	自由度	顯著性 (雙尾)	平均差異	差異的 95% 信賴區間	
					下限	上限
英國 法 1	4.569	399	.000	.18250	.1040	.2610
英國 法 2	-4.313	399	.000	-.11750	-.1711	-.0639

$2.3825 - 2.5$

### 第一題

# 第二節 操作與解說

## 第二題

獨立樣本檢定

		變異數相等的 Levene 檢定		平均數相等的 t 檢定						
		F 檢定	顯著性	t	自由度	顯著性 (雙尾)	平均差異	標準誤差異	差異的 95% 信賴區間	
									下限	上限
功能	假設變異數相等	.546	.460	2.004	398	.046	.11775	.05875	.00226	.23324
	不假設變異數相等			1.987	218.013	.048	.11775	.05926	.00095	.23455
影響	假設變異數相等	1.246	.265	.251	398	.802	.01588	.06316	-.10828	.14005
	不假設變異數相等			.262	244.559	.793	.01588	.06061	-.10349	.13526
指標	假設變異數相等	1.824	.178	3.128	398	.002	.13748	.04395	.05107	.22389
	不假設變異數相等			2.931	193.788	.004	.13748	.04691	.04496	.23000
遴選 爭議	假設變異數相等	.004	.951	2.555	398	.011	.09037	.03537	.02083	.15991
	不假設變異數相等			2.590	229.227	.010	.09037	.03490	.02161	.15913

# 第二節 操作與解說

## 第二題

組別統計量

	校別	個數	平均數	標準差	平均數的標準誤
功能	1.00	119	1.8887	.54530	.04999
	2.00	281	1.7709	.53364	.03183
影響	1.00	119	2.4265	.53639	.04917
	2.00	281	2.4106	.59392	.03543
指標	1.00	119	1.5728	.44765	.04104
	2.00	281	1.4353	.38093	.02272
遴選爭議	1.00	119	1.9627	.31586	.02895
	2.00	281	1.8723	.32657	.01948

把原始報表整理如下

向度	校別	人數	平均數	標準差	差異	t 值
遴選功能	國中	119	1.89	.55	.12*	2.00
	國小	281	1.77	.53		
遴選影響	國中	119	2.43	.54	.02	.25
	國小	281	2.41	.59		
遴選指標	國中	119	1.57	.45	.14**	3.13
	國小	281	1.44	.38		
整體遴選	國中	119	1.96	.32	.09*	2.56
	國小	281	1.87	.33		

\*p < .05. \*\*p < .01.

\* 怎麼算

## 第二節 操作與解說

### 第二題

表 12-3 校長遴選爭議在任教校別的差異

( $n=400$ )

向度	變異數相等的 Levene 檢定		校別	人數	平均數	標準差	平均數 差異	t 值
	F	顯著性						
遴選功能	.55	.46	國中	119	1.89	.55	.12*	2.00
			國小	281	1.77	.53		
遴選影響	1.25	.27	國中	119	2.43	.54	.02	.25
			國小	281	2.41	.59		
遴選指標	1.80	.18	國中	119	1.57	.45	.14**	3.13
			國小	281	1.44	.38		
整體遴選爭議	.00	.95	國中	119	1.96	.32	.09*	2.56
			國小	281	1.87	.33		

\* $p < .05$ . \*\* $p < .01$ .

## 第二節 操作與解說

### 第三題

#### 成對樣本相關

		個數	相關	顯著性
成對 1	學歷和年資	400	.416	.000

#### 成對樣本檢定

平均數差異

		成對變數差異				T	自由度	顯著性 (雙尾)
		平均數	標準差	平均數的 標準誤	差異的 95%信賴區間 下限 上限			
成對 1	學歷-年資	-1.04500	1.91498	.09575	-1.23324 - .85676	-10.914	399	.000

## 第二節 操作與解說

### 第三題

表 12-4 400 位學生數學成績的前後測檢定

( $n = 400$ )

項目	平均數	標準差	平均數差異	$t$ 值
學歷 (第一次成績)	2.31	1.04	-1.04**	-10.91
年資 (第二次成績)	3.35	2.10		

\*\* $p < .01$ .