

變異數分析

校經碩一 江珮嫻

指導教授：張芳全

用途：針對兩組以上的樣本平均數差異進行檢定，其檢定方法為變異數分析。實際在檢定平均數的統計顯著水準。

定義：係由該組每一個樣本數值與該組平均數的差之平方所獲得，因而在計算全體樣本所要比較平均數的變異情形，並著重在整體變異數等於組內及組間變異數。

表 13-1 變異數分析的平均數

樣本	變項				全體
	水準 1	水準 2	水準 j	
受試 1	X_{11}	X_{21}	X_{1j}	
受試 2	X_{21}	X_{22}	X_{2j}	
:	:	:	:	
受試 i	X_{i1}	X_{i2}	X_{ij}	
樣本數	i	i	i	i	ij
X 的平均數	X_1	X_2	X_j	X_G

用數學符號的公式表示如下：

$$X_{ij} = \mu + \beta_j + \varepsilon_{ij} \quad (13-1)$$

= 總平均 + 主要效果 + 誤差

$$X_{ij} = \bar{X} + (\bar{X}_{.j} - \bar{X}) + (X_{ij} - \bar{X}_{.j})$$

$$(X_{ij} - \bar{X}) = (\bar{X}_{.j} - \bar{X}) + (X_{ij} - \bar{X}_{.j})$$

$$\sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^n (X_{ij} - \bar{X})^2 = \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^n [(\bar{X}_{.j} - \bar{X}) + (X_{ij} - \bar{X}_{.j})]^2$$

$$SS_t = SS_b + SS_w$$

優點：減少第一類型錯誤機率

使用：若僅有一個自變項，其因子在三個以上水準或類別。

→單因子變異數分析(ANOVA)或稱F檢定，即透過一次計算來比較三者之間在平均數上的差異。

基本假定

資料**常態性**：假設樣本是抽取自常態化母群體，當樣本數越大，常態化的假設越不易違反。

獨立性：被抽取的樣本是相互獨立。

變異數**同質性**：母群體變異數相同→運用雷文氏同質性檢定來判斷。

隨機性：被分派各組的機率相同

可加性：樣本總變異數=組間的變異數+組內的變異數

實例計算

表 13-2 10 名學生在三種教學法的語文成績

樣本	變項			全體
	傳統教學法	啟發式教學法	戶外教學法	
1	6	8	7	
2	7	9	8	
3	5	7	6	
4	3	5	4	
5	4	7	5	
6	5	7	6	
7	6	8	7	
8	8	8	8	
9	2	6	5	
10	5	6	5	
樣本數	10	10	10	30
X 的平均數	5.10	7.10	6.10	6.10
X 的標準差	1.79	1.20	1.37	1.65

檢定步驟

一、研究問題：

了解三種教學法的學生成績是否有明顯的不同？

二、提出研究假設：

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \mu_3$$

$$H_1 : \mu_1 \neq \mu_2 \neq \mu_3 \quad (\text{其中有二組明顯不同即可})$$

三、選用統計方法

1. 計算 SS_t (全部變異量) = $SS_w + SS_b$
2. 計算 SS_b (組間變異量)
3. 計算 SS_w (組內變異量)
4. 求組間及組內自由度
5. 計算 MS_b 及 MS_w
6. 計算F值

表 13-2 10 名學生在三種教學法的語文成績

樣本	變項			全體
	傳統教學法	啟發式教學法	戶外教學法	
1	6	8	7	
2	7	9	8	
3	5	7	6	
4	3	5	4	
5	4	7	5	
6	5	7	6	
7	6	8	7	
8	8	8	8	
9	2	6	5	
10	5	6	5	
樣本數	10	10	10	30
\bar{X} 的平均數	5.10	7.10	6.10	6.10
S_x 的標準差	1.79	1.20	1.37	1.65

四、宣稱犯錯機率

本題宣稱犯錯機率為.05，也就是統計顯著水準為.05。

五、裁決與解釋

本題查表 $F_{.05(2,27),\text{單尾}}=3.35$ 計算值 $4.6 > 3.35$ ，落入拒絕區，故拒絕虛無假設，接受對立假設，表示三種教學法之間有明顯差異，結果的推論仍有5%的犯錯機率。

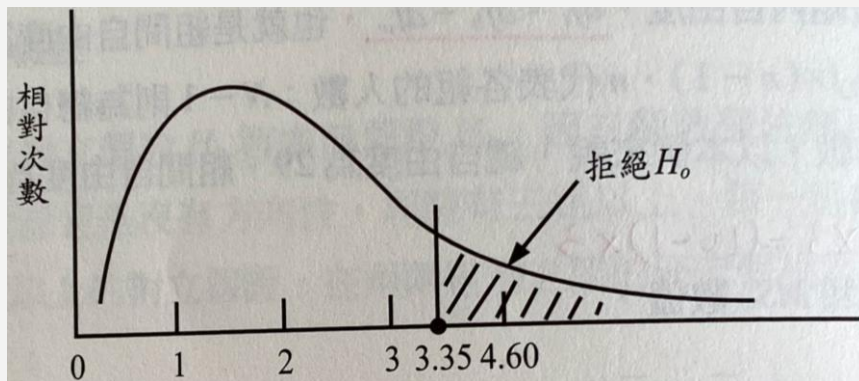


表 13-3 單因子變異數分析摘要

變異來源	SS	df	MS	F 值
組間	20	2	10.0	4.60*
組內 (誤差)	58.7	27	2.174	
總和	78.7	29		

* $p < .05$.

六、進行事後比較(了解哪些組別之間有差異)

各組人數相同：杜凱氏HSD法、紐曼-柯爾法

各組人數不同：薛費法

$$q_t = \frac{b_m - b_n}{\sqrt{\frac{MS_w}{n}}}$$

b_m 與 b_n 分別代表所要比較的兩組平均數

MS_w 為組內均方和

n 為樣本數

$Q_{1-\alpha}(k, N-k)$ k 為組數

$N-k$ 為組內誤差的自由度

附表 G q 分配表

df_w	$1-\alpha$	$k=$ 組數								
		2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	.95	18.0	27.0	32.8	37.1	40.4	43.1	45.4	47.4	49.1
	.99	90.0	135	164	186	202	216	227	237	246
2	.95	6.09	8.3	9.8	10.9	11.7	12.4	13.0	13.5	14.0
	.99	14.0	19.0	22.3	24.7	26.6	28.2	29.5	30.7	31.7
3	.95	4.50	5.91	6.82	7.50	8.04	8.48	8.85	9.18	9.46
	.99	8.26	10.6	12.2	13.3	14.2	15.0	15.6	16.2	16.7
4	.95	3.93	5.04	5.76	6.29	6.71	7.05	7.35	7.60	7.83
	.99	6.51	8.12	9.17	9.96	10.6	11.1	11.5	11.9	12.3
5	.95	3.64	4.60	5.22	5.67	6.03	6.33	6.58	6.80	6.99
	.99	5.70	6.97	7.80	8.42	8.91	9.32	9.67	9.97	10.2
6	.95	3.46	4.34	4.90	5.31	5.63	5.89	6.12	6.32	6.49
	.99	5.24	6.33	7.03	7.56	7.97	8.32	8.61	8.87	9.10
7	.95	3.34	4.16	4.69	5.06	5.36	5.61	5.82	6.00	6.16
	.99	4.95	5.92	6.54	7.01	7.37	7.68	7.94	8.17	8.37
8	.95	3.26	4.04	4.53	4.89	5.17	5.40	5.60	5.77	5.92
	.99	4.74	5.63	6.20	6.63	6.96	7.24	7.47	7.68	7.87
9	.95	3.20	3.95	4.42	4.76	5.02	5.24	5.43	5.60	5.74
	.99	4.60	5.43	5.96	6.35	6.66	6.91	7.13	7.32	7.49
10	.95	3.15	3.88	4.33	4.65	4.91	5.12	5.30	5.46	5.60
	.99	4.48	5.27	5.77	6.14	6.43	6.67	6.87	7.05	7.21
11	.95	3.11	3.82	4.26	4.57	4.82	5.03	5.20	5.35	5.49
	.99	4.39	5.14	5.62	5.97	6.25	6.48	6.67	6.84	6.99
12	.95	3.08	3.77	4.20	4.51	4.75	4.95	5.12	5.27	5.40
	.99	4.32	5.04	5.50	5.84	6.10	6.32	6.51	6.67	6.81
13	.95	3.06	3.73	4.15	4.45	4.69	4.88	5.05	5.19	5.32
	.99	4.26	4.96	5.40	5.73	5.98	6.19	6.37	6.53	6.67
14	.95	3.03	3.70	4.11	4.41	4.64	4.83	4.99	5.13	5.25
	.99	4.21	4.89	5.32	5.63	5.88	6.08	6.26	6.41	6.54
16	.95	3.00	3.65	4.05	4.33	4.56	4.74	4.90	5.03	5.15
	.99	4.13	4.78	5.19	5.49	5.72	5.92	6.08	6.22	6.35
18	.95	2.97	3.61	4.00	4.28	4.49	4.67	4.82	4.96	5.07
	.99	4.07	4.70	5.09	5.38	5.60	5.79	5.94	6.08	6.20
20	.95	2.95	3.58	3.96	4.23	4.45	4.62	4.77	4.90	5.01
	.99	4.02	4.64	5.02	5.29	5.51	5.69	5.84	5.97	6.09
24	.95	2.92	3.53	3.90	4.17	4.37	4.54	4.68	4.81	4.92
	.99	3.96	4.54	4.91	5.17	5.37	5.54	5.69	5.81	5.92
30	.95	2.89	3.49	3.84	4.10	4.30	4.46	4.60	4.72	4.83
	.99	3.89	4.45	4.80	5.05	5.24	5.40	5.54	5.66	5.76
40	.95	2.86	3.44	3.79	4.04	4.23	4.39	4.52	4.63	4.74
	.99	3.82	4.37	4.70	4.93	5.11	5.27	5.39	5.50	5.60
60	.95	2.83	3.40	3.74	3.98	4.16	4.31	4.44	4.55	4.65
	.99	3.76	4.28	4.60	4.82	4.99	5.13	5.25	5.36	5.45
120	.95	2.80	3.36	3.69	3.92	4.10	4.24	4.36	4.48	4.56
	.99	3.70	4.20	4.50	4.71	4.87	5.01	5.12	5.21	5.30
∞	.95	2.77	3.31	3.63	3.86	4.03	4.17	4.29	4.39	4.47
	.99	3.64	4.12	4.40	4.60	4.76	4.88	4.99	5.08	5.16

1. 啟發式法與傳統法的比較：

$$q_1 = \frac{7.1 - 5.1}{\sqrt{\frac{2.174}{10}}} = 4.29^*$$

2. 戶外法與傳統法的比較：

$$q_2 = \frac{6.1 - 5.1}{\sqrt{\frac{2.174}{10}}} = 2.15$$

3. 啟發式法與戶外法的比較：

$$q_3 = \frac{7.1 - 6.1}{\sqrt{\frac{2.174}{10}}} = 2.15$$

可以看出

啟發式法與傳統法比較的 q_1 計算值大於查表值

戶外法與傳統法比較的 q_2 計算值小於查表值

啟發式法與戶外法比較的 q_3 計算值小於查表值

操作與解說

1. 以不同職務在校長遴選功能、遴選影響與遴選指標進行變異數分析。
2. 如何運用一般線性模式來分析三組以上的平均數差異呢？若要了解不同職務在校長遴選功能的差異。

整理好的表如下：

向度名稱	職務	人數	平均數	標準差	變異數				事後比較
					SS	df	MS	F值	
通選功能	1	226	1.81	.55	115.41	396	.29	.65	
	2	142	1.79	.55					
	3	23	1.77	.47					
	4	9	2.04	.06					
	總和	400	1.81	.54					
通選影響	1	226	2.39	.55	126.13	396	.32	6.92**	1 > 4
	2	142	2.49	.57					2 > 4
	3	23	2.51	.71					3 > 4
	4	9	1.64	.15					
	總和	400	2.42	.58					
通選指標	1	226	1.51	.42	65.09	396	.16	1.56	
	2	142	1.42	.40					
	3	23	1.47	.34					
	4	9	1.39	.17					
	總和	400	1.48	.41					

註：1. * $p < .05$; ** $p < .01$
2. 職務代號：1 教師；2 主任或組長；3 現任校長；4 退休校長

以下為跑出來未整理的表格

描述性統計量

功能	個數	平均數	標準差	標準誤	平均數的 95% 信賴區間		最小值	最大值
					下限	上限		
1.00	226	1.8103	.55041	.03661	1.7381	1.8824	1.00	4.00
2.00	142	1.7896	.54808	.04599	1.6987	1.8805	1.00	3.13
3.00	23	1.7717	.47021	.09805	1.5684	1.9751	1.00	2.75
4.00	9	2.0417	.06250	.02083	1.9936	2.0897	2.00	2.13
總和	400	1.8059	.53915	.02696	1.7529	1.8589	1.00	4.00
1.00	226	2.3888	.55417	.03686	2.3162	2.4615	1.00	4.00
2.00	142	2.4921	.56908	.04776	2.3977	2.5865	1.00	4.00
3.00	23	2.5054	.71358	.14879	2.1969	2.8140	1.13	3.75
4.00	9	1.6389	.14583	.04861	1.5268	1.7510	1.38	1.88
總和	400	2.4153	.57679	.02884	2.3586	2.4720	1.00	4.00
1.00	226	1.5133	.42201	.02807	1.4580	1.5686	1.00	3.00
2.00	142	1.4237	.39681	.03330	1.3579	1.4895	1.00	3.50
3.00	23	1.4710	.34323	.07157	1.3226	1.6194	1.00	2.00
4.00	9	1.3889	.16667	.05556	1.2608	1.5170	1.17	1.67
總和	400	1.4763	.40627	.02031	1.4363	1.5162	1.00	3.50

ANOVA

功能	組間	(組合) 一次項	未加權 加權 離差	平方和	自由度	平均平方和	F 檢定	顯著性
				569	3	.190	.651	.583
.419	1	.419	1.439	.231				
.031	1	.031	.105	.746				
.538	2	.269	.924	.398				
115.414	396	.291						
115.983	399							
6.608	3	2.203	6.915	.000				
4.587	1	4.587	14.402	.000				
.176	1	.176	.551	.458				
6.432	2	3.216	10.097	.000				
126.133	396	.319						
132.741	399							
.771	3	.257	1.564	.198				
.097	1	.097	.592	.442				
.507	1	.507	3.088	.080				
.264	2	.132	.802	.449				
65.087	396	.164						
65.858	399							

多重比較

Scheffe 法

依變數	(I) 職務	(J) 職務	平均差異 (I-J)	標準誤	顯著性	95%信賴區間	
						下限	上限
功能	1.00	2.00	.02067	.05781	.988	-.1416	.1830
		3.00	.03855	.11816	.991	-.2932	.3703
		4.00	-.23138	.18350	.662	-.7466	.2838
	2.00	1.00	-.02067	.05781	.988	-.1830	.1416
		3.00	.01787	.12134	.999	-.3228	.3585
		4.00	-.25205	.18557	.606	-.7730	.2689
	3.00	1.00	-.03855	.11816	.991	-.3703	.2932
		2.00	-.01787	.12134	.999	-.3585	.3228
		4.00	-.26993	.21226	.656	-.8659	.3260
	4.00	1.00	.23138	.18350	.662	-.2838	.7466
		2.00	.25205	.18557	.606	-.2689	.7730
		3.00	.26993	.21226	.656	-.3260	.8659
影響	1.00	2.00	-.10325	.06044	.405	-.2729	.0664
		3.00	-.11661	.12352	.828	-.4634	.2302
		4.00	.74994*	.19183	.002	.2114	1.2885
	2.00	1.00	.10325	.06044	.405	-.0664	.2729
		3.00	-.01336	.12685	1.000	-.3695	.3428
		4.00	.85319*	.19399	.000	.3085	1.3978
	3.00	1.00	.11661	.12352	.828	-.2302	.4634
		2.00	.01336	.12685	1.000	-.3428	.3695
		4.00	.86655*	.22190	.002	.2436	1.4895
	4.00	1.00	-.74994*	.19183	.002	-1.2885	-.2114
		2.00	-.85319*	.19399	.000	-1.3978	-.3085
		3.00	-8.6655*	.22190	.002	-1.4895	-.2436
指標	1.00	2.00	.08057	.04341	.237	-.0323	.2115
		3.00			.973	-.2069	.2914
		4.00			.846	-.2625	.5113
	2.00	1.00			.237	-.2115	.0323
		3.00			.966	-.3031	.2085
		4.00			.996	-.3564	.4261
	3.00	1.00	-.04226	.08873	.973	-.2914	.2069
		2.00	.04731	.09112	.966	-.2085	.3031
		4.00	.08213	.15940	.966	-.3654	.5296
	4.00	1.00	-.12439	.13780	.846	-.5113	.2625
		2.00	-.03482	.13935	.996	-.4261	.3564
		3.00	-.08213	.15940	.966	-.5296	.3654

表示 4 和 1、2、3 比皆是負值，可見 4 比 1、2、3 小，所以 4 < 1、2、3，而且達到統計顯著水準。

*.在 .05 水準上的平均差異很顯著。

表 13-4 校長遴選爭議在職務上的差異

向度	職務	人數	平均數	標準差	變異數分析摘要				事後比較	
					變異來源	SS	df	MS		F值
遴選功能	1	226	1.81	.55	組間	.57	3	.19	.65	
	2	142	1.79	.55	組內	115.41	396	.29		
	3	23	1.77	.47	總和	115.98	399			
	4	9	2.04	.06						
	總和	400	1.81	.54						
遴選影響	1	226	2.39	.55	組間	6.61	3	2.20	6.92**	1 > 4**
	2	142	2.49	.57	組內	126.13	396	.32		2 > 4**
	3	23	2.51	.71	總和	132.74	399			3 > 4**
	4	9	1.64	.15						
	總和	400	2.42	.58						
遴選指標	1	226	1.51	.42	組間	.77	3	.26	1.56	
	2	142	1.42	.40	組內	65.09	396	.16		
	3	23	1.47	.34	總和	65.86	399			
	4	9	1.39	.17						
	總和	400	1.48	.41						

註：職務代號：1 為教師、2 為主任或組長、3 為現任校長、4 為退休校長。

** $p < .01$.

在遴選影響之F值友達顯著水準；經過薛費法事後比較得知，退休校長在遴選影響上比國中小學教師、主任或組長和現任校長有較同意的看法。