

第11章 卡方檢定



壹、用途

一、提出者:皮爾遜(Pearson)

二、卡方檢定表示符號: χ^2

三、用途:

(一)從樣本觀察的資料次數(實際數值)和理論的資料次數(期望數值)是否顯著不同。

(二)不同的「類別變項」進行交叉表檢定數值差異，又稱「列聯表分析」。

(三)在表中每格都有次數或百分比呈現，又稱「百分比檢定」。

表 11-1 2 x 3 列聯表

態度 \ 區域	北部	中部	南部
是	N_1	N_2	N_3
否	N_4	N_5	N_6

貳、卡方檢定的原理

一、**Z**分數平方以後將它命名為 χ^2 ，公式為：

$$\chi_n^2 = z_1^2 + z_2^2 + z_3^2 + \dots + z_n^2$$

隨著卡方的自由度增加而呈現低闊峰的情形

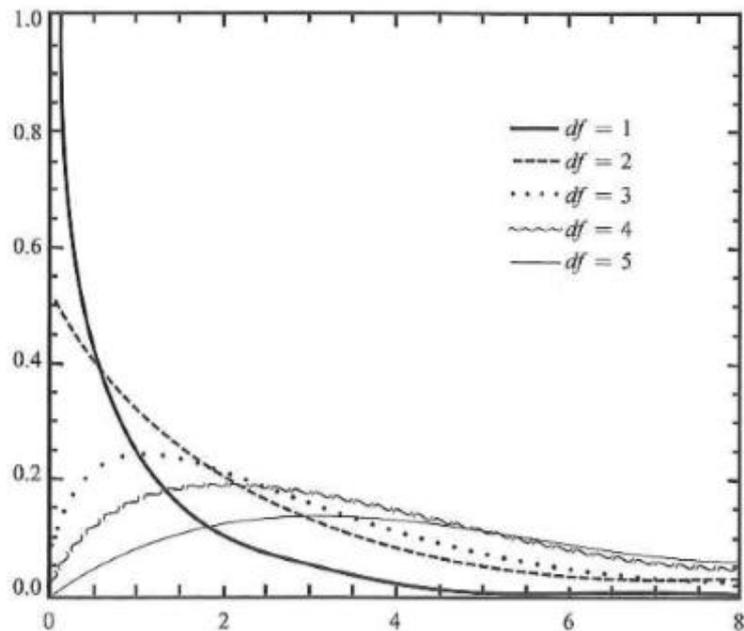


圖 11-1 卡方分配



貳、卡方檢定的原理

二、瞭解卡方其實觀察次數與期望次數之間的差距，公式為：

$$\chi^2 = \sum \frac{(f_o - f_e)^2}{f_e}$$

f_o = 觀察次數， f_e = 期望次數

如果觀察次數和期望次數相接近，卡方值會很小；反之，則會很大。

貳、卡方檢定的原理

一、適合度檢定

(一)運用時機:研究者蒐集到一筆為類別變項的資料，欲掌握此資料是否與理論分配一致，則用「適合度檢定」。

(二)範例:去年東部、北部、西部、南部出生人口比率各為1:4:3:2，今年出生為25萬名，是否適用於去年情形？

表 11-2 25 萬名出生人口數的地區人數之 χ^2 檢定

地區	實際次數 (f_0)	理論次數 (f_e)	($f_0 - f_e$)	($f_0 - f_e$) ²	$\frac{(f_0 - f_e)^2}{f_e}$
東部	3	2.5	0.5	0.3	0.1
北部	11	10.0	1.0	1.0	0.1
西部	6	7.5	-1.5	2.3	0.3
南部	5	5.0	0.0	0.0	0.0
總計	25	25.0	0.0	3.6	0.5

χ^2

貳、卡方檢定的原理

一、適合度檢定

(三)檢定步驟:

- 1.研究問題:瞭解四個區域出生人口數比率是否與去年相同?
- 2.提出研究假設:
 H_0 :今年四區出生人口數比率與去年沒有明顯差異。
 H_1 :今年四區出生人口數比率與去年有明顯差異。
- 3.選用統計方法:選用卡方的適合度檢定, $df=k-1, df=4-1=3$, 查表 $\chi^2_3=7.81$, 而本題 $\chi^2=.50$
- 4.宣稱犯錯機率: $P<.05$ 。
- 5.裁決與解釋: 接受虛無假設, 今年四區出生人口數比率與去年沒有明顯差異。

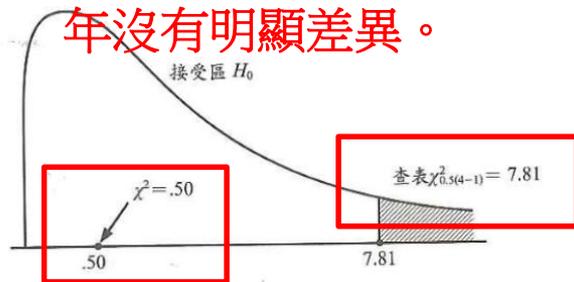
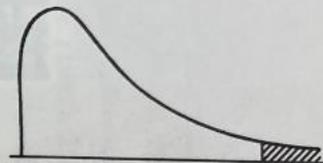


圖 11-2 出生人口數地區分配的檢定結果

卡方 分配表



附表 A 卡方分配表

df	卡方大於表內所列卡方值的機率												
	0.995	0.990	0.975	0.950	0.900	0.750	0.500	0.250	0.100	0.050	0.025	0.010	0.005
1	0.00004	0.00016	0.00098	0.0039	0.0158	0.102	0.455	1.32	2.71	3.84	5.02	6.63	7.88
2	0.0100	0.0201	0.0506	0.103	0.211	0.575	1.39	2.77	4.61	5.99	7.38	9.21	10.6
3	0.0717	0.115	0.216	0.352	0.584	1.21	2.37	4.11	6.25	7.81	9.35	11.3	12.8
4	0.207	0.297	0.484	0.711	1.06	1.92	3.36	5.39	7.78	9.49	11.1	13.3	14.9
5	0.412	0.554	0.831	1.15	1.61	2.67	4.35	6.63	9.24	11.1	12.8	15.1	16.7
6	0.676	0.872	1.24	1.64	2.20	3.45	5.35	7.84	10.6	12.6	14.4	16.8	18.5
7	0.989	1.24	1.69	2.17	2.83	4.25	6.35	9.04	12.0	14.1	16.0	18.5	20.3
8	1.34	1.65	2.18	2.73	3.49	5.07	7.34	10.2	13.4	15.5	17.5	20.1	22.0
9	1.73	2.09	2.70	3.33	4.17	5.90	8.34	11.4	14.7	16.9	19.0	21.7	23.6
10	2.16	2.56	3.25	3.94	4.87	6.74	9.34	12.5	16.0	18.3	20.5	23.2	25.2
11	2.60	3.05	3.82	4.57	5.58	7.58	10.3	13.7	17.3	19.7	21.9	24.7	26.8
12	3.07	3.57	4.40	5.23	6.30	8.44	11.3	14.8	18.5	21.0	23.3	26.2	28.3
13	3.57	4.11	5.01	5.89	7.04	9.30	12.3	16.0	19.8	22.4	24.7	27.7	29.8
14	4.07	4.66	5.63	6.57	7.79	10.2	13.3	17.1	21.1	23.7	26.1	29.1	31.3
15	4.60	5.23	6.26	7.26	8.55	11.0	14.3	18.2	22.3	25.0	27.5	30.6	32.8

貳、卡方檢定的原理

二、獨立性檢定

(一)運用時機:若兩個類別變項經統計分析後，發現兩者相互獨立，代表兩個變項沒有關聯，則用「獨立性檢定」。

(二)範例:欲瞭解社會階層與教育程度之間是否相互獨立，**200**位樣本資料。

表 11-3 社會階層與教育程度的獨立性檢定

教育程度／社會階層	低	中	高	總計
大學	10 (18.0)	20 (24.0)	30 (18.0)	60 (60.0)
高中職	20 (19.5)	25 (26.0)	20 (19.5)	65 (65.0)
國中	30 (22.5)	35 (30.0)	10 (22.5)	75 (75.0)
總計	60 (60.0)	80 (80.0)	60 (60.0)	200 (200.0)

貳、卡方檢定的原理

二、獨立性檢定

(三)檢定步驟:

1.研究問題:欲瞭解社會階層與教育程度之間是否相互獨立?

2.提出研究假設:

H_0 :社會階層與教育程度之間沒有相關。

H_1 :社會階層與教育程度之間有相關。

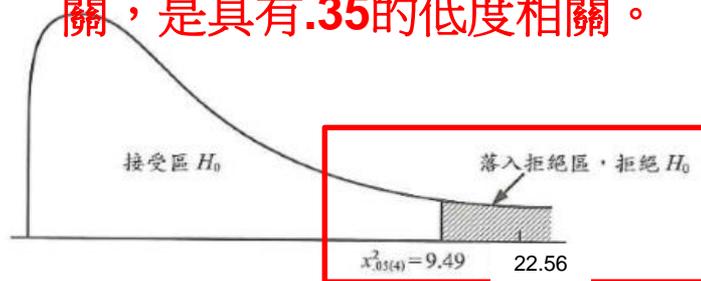
3.選用統計方法:選用卡方的獨立性檢定，

$$df=(r-1) \times (c-1), df=(3-1) \times (3-1)=4,$$

$$\text{查表 } \chi^2_4=9.49, \text{ 而本題 } \chi^2=22.56$$

4.宣稱犯錯機率: $P<.05$ 。

5.裁決與解釋: 拒絕虛無假設，社會階層與教育程度之間有相關，是具有.35的低度相關。



貳、卡方檢定的原理

三、改變顯著性檢定

- (一)運用時機:若兩筆資料(類別變項)用來比較前後的反應情形，則用「改變顯著性檢定」。
- (二)範例:欲瞭解80位教師對於《十二年國民基本教育課程綱要》支持程度是否有顯著差異，首測與二測相隔一年。

表 11-4 改變顯著性的檢定資料

		實施後		總和
		支持	不支持	
實施前	支持	9 (A)	28 (B)	37
	不支持	24 (C)	19 (D)	43
總和		33	47	80

研究者所關注焦點

貳、卡方檢定的原理

三、改變顯著性檢定

(三)檢定步驟:

- 1.研究問題:欲瞭解80位教師對於《十二年國民基本教育課程綱要》支持程度是否有顯著差異?
- 2.提出研究假設:
 H_0 :B(支持改為不支持)=C (不支持改為支持)。
 H_1 :B(支持改為不支持) \neq C (不支持改為支持)。
- 3.選用統計方法:選用卡方的改變顯著性檢定，
 $df=(r-1)\times(c-1)$ ， $df=(2-1)\times(2-1)=1$ ，
查表 $\chi^2_{1} = 3.84$ ，而本題 $\chi^2 = 0.3077$
- 4.宣稱犯錯機率: $P < .05$ 。
- 5.裁決與解釋: 接受虛無假設，支持改為不支持的百分比，相同於不支持改為支持。

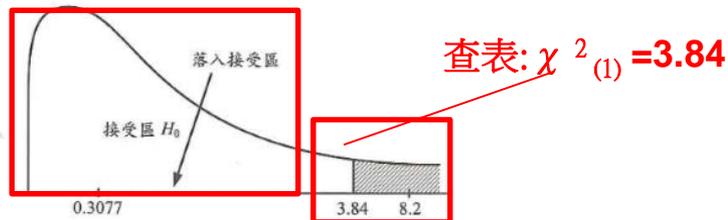


圖 11-4 檢定結果

貳、卡方檢定的原理

四、百分比同質性檢定

(一)運用時機:欲瞭解不同的社會階層，在政策上支持度是否有不同，則用「百分比同質性檢定」。

(二)範例:欲瞭解分成低、中、高社會層級的**200**名家長，對於參與孩童陪讀比率是否有差異。

表 11-5 不同社會階層參與學童陪讀的百分比同質性檢定

參與情形／社會階層	低	中	高	總計
有參與	30 (36)	40 (42)	50 (42)	120 (120)
沒有參與	30 (24)	30 (28)	20 (28)	80 (80)
總計	60 (60)	70 (70)	70 (70)	200 (200)

貳、卡方檢定的原理

四、百分比同質性檢定

(三)檢定步驟:

1.研究問題:不同社會階層參與學童陪讀是否有差異?

2.提出研究假設:

H_0 :社會階層參與學童陪讀比率沒有顯著差異。

H_1 :社會階層參與學童陪讀比率有顯著差異。

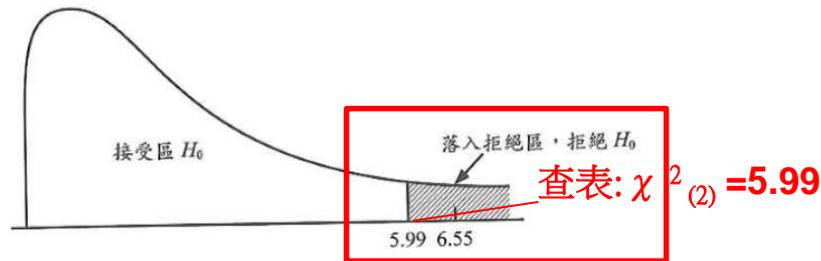
3.選用統計方法:選用卡方的百分比同質性檢定，

$df=(r-1) \times (c-1)$ ， $df=(3-1) \times (2-1)=2$ ，

查表 $\chi^2_{2}=5.99$ ，而本題 $\chi^2=6.55$

4.宣稱犯錯機率: $P<.05$ 。

5.裁決與解釋: **拒絕虛無假設，社會階層參與學童陪讀比率有顯著差異。**



運用卡方檢定，在母群體分配不作任何假定下，要有下列前提條件：

A

分類相互排斥，互不包容。

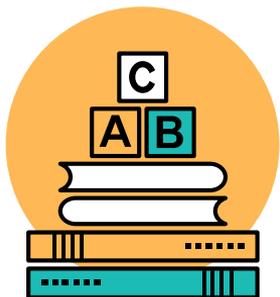
B

觀察值要相互獨立。

C

每個細格不應低於5，若低於5要用「葉慈氏」校正公式：

$$\chi^2 = \sum \frac{(|f_o - f_e| - 0.5)^2}{f_e}$$





操作範例 解說

表 11-6 校長遴選問題之法令制度在任教校別的差異

查表: $\chi^2_{(3)} = 7.81$

題目	選項	國中	國小	總計	卡方值
瞭解程度	非常瞭解	6	24	30	$\chi^2_{(3)} = 5.26$
	瞭解	29	92	121	
	不太瞭解	65	130	195	
	非常不瞭解	19	35	54	
	總計	119	281	400	
滿意程度	非常滿意	1	0	1	$\chi^2_{(3)} = 24.10^{**}$
	滿意	56	200	256	
	不太滿意	59	73	132	
	非常不滿意	3	8	11	
	總計	119	281	400	

接受虛無假設，
無顯著差異。

拒絕虛無假設，
有顯著差異。

** $p < .01$

- (一)任教校別在「瞭解程度」無顯著差異。
- (二)任教校別在「滿意程度」有顯著差異，即國中受試者較不滿意，國小受試者較為滿意。



操作範例 解說

在本書的**400**個樣本中，不同性別與任教職務之獨立性。

		性別*職務 交叉列表					總計	卡方值
		職務						
性別		計數	國中小教師	國中小主任或 組長	現任校長	退休校 長		
	男性	計數	74	88	22	8	192	
	女性	計數	152	54	1	1	208	59.134
總計		計數	226	142	23	9	400	

查表: $\chi^2_{(3)} = 6.63$

拒絕虛無假設有顯著差異。

**P<.01

(一)不同性別在任教職務有顯著差異。

(二)男性以擔任主任或組長居多，女性以教師居多。

11-2 25萬名出生人口的地區人數之 χ^2 檢定



操作範例 解說

檔案(E) 編輯(E) 檢視(V) 資料(D) 轉換(T) 分析(A) 圖形(G) 公用程式(U)						
14 :						
	地區	實際次數	理論次數	變數	變數	
1	東部	3.00	2.50			
2	北部	11.00	10.00			
3	西部	6.00	7.50			
4	南部	5.00	5.00			
5						
6						
7						

請各位同學於Line上下載



操作範例 解說

11-2 25萬名出生人口的地區人數之 χ^2 檢定

	理論次數		
	觀察 N	預期為 N	殘差
2.50	3	2.6	.4
5.00	5	10.4	-5.4
7.50	8	7.8	.2
10.00	10	5.2	4.8
總計	26		

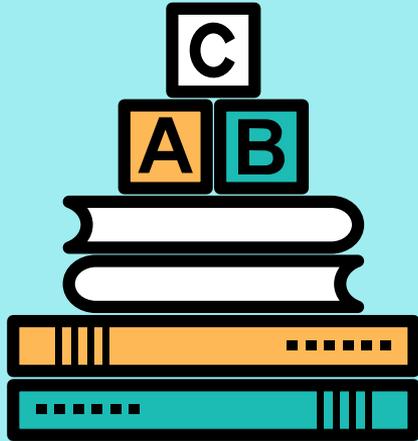
2.5、7.5被四捨五入，所以會多1

檢定統計量

	理論次數
卡方檢定	7.301 ^a
自由度	3
漸近 顯著性	.063

查表: $\chi^2_{(3)} = 7.81$ ，接受虛無假設，無顯著差異。裁決解釋: 今年四區出生人口數比率與去年沒有明顯差異。(與課本結果吻合)

a. 有 1 個單元 (25.0%) 其期望次數小於 5。最小期望單元次數為 2.6。



**Thank You for
Your Listening**